

BAB II Tinjauan Pustaka

II.1. Bahan alam

Rempah-rempah adalah salah satu kekayaan dari bangsa Indonesia yang berperan penting dalam kehidupan bangsa. Dalam sejarahnya, rempah-rempah memainkan peran penting dalam perekonomian global. Kekayaan rempah-rempah kepulauan Indonesia adalah awal mula penyebab penjajahan bangsa asing di Indonesia. Rempah-rempah adalah bagian tumbuhan yang digunakan sebagai bumbu, penguat cita rasa, dan pengawet makanan (Hakim, 2015). Rempah-rempah adalah bagian tanaman yang berasal dari bagian batang, daun, biji, atau bagian tanaman lainnya. Bagian tubuh tanaman yang mengandung senyawa fitokimia.

Herbal adalah tanaman yang mempunyai nilai medik sebagai rempah atau aromatik (Hakim, 2015). Herbal dikonsumsi secara langsung sebagai sumber pangan dan sebagai tanaman obat. Rempah-rempah dan herbal digunakan secara luas dalam berbagai kehidupan karena kandungan senyawa kimia dan bahan aktif yang dikandungnya. Jika diupayakan dengan baik, budidaya rempah dan herbal adalah salah satu strategi dalam pembangunan masyarakat.

II.2. Morfologi dan ekologi lada hitam

Lada merupakan tanaman tahunan yang memanjat dari familia Piperaceae (Balittri, 2007). Tanaman lada memiliki akar tunggang dengan akar utama yang dapat menembus tanah sampai kedalaman 1-2 meter.

Batang tanaman lada berbuku-buku dan berbentuk sulur. Daun lada merupakan daun tunggal dengan duduk daun berseling dan tumbuh pada setiap buku. Pertulangan daun melengkung dengan tepi daun bergelombang atau rata. Buah lada berbentuk bulat berwarna hijau dan pada waktu masak berwarna merah. Biji lada berwarna putih cokelat dengan permukaan licin (Gambar II.1) (Wahid, 1996).



Gambar II.1: Tanaman lada dan biji lada hitam (Parthasarathy, 2008)

Untuk klasifikasi tanaman lada hitam adalah sebagai berikut :

Kingdom : Plantae

Divisi : Spermatophyta

Subdivisi : Angiospermae

Class : Dicotyledoneae

Ordo : Piperales

Familia : Piperaceae

Genus : Piper

Species : *Piper nigrum*

(Tjitrosoepomo, 2007)

Tanaman lada merupakan tanaman tahunan yang tingginya dapat mencapai 10 meter dan diameter tajuk dapat mencapai 1,5 meter bila

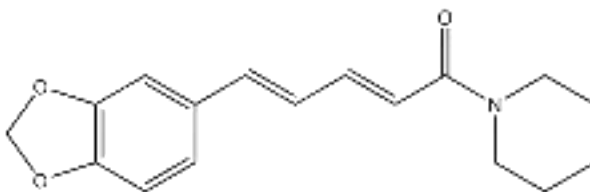
dibudidayakan dengan baik (Wahid, 1996). Intensitas cahaya yang dibutuhkan berkisar antara 50% sampai 75%. Lada dapat tumbuh dengan baik di daerah dengan ketinggian 0-500 m dpl. Curah hujan yang paling baik untuk tanaman lada adalah 2000–3000 mm/tahun dengan hari hujan 110-170 hari, dan musim kemarau 2-3 bulan/tahun. Kelembaban udara yang sesuai adalah sekitar 70% sampai 90% dengan kisaran suhu 25-35°C. Tanaman lada dapat tumbuh pada semua jenis tanah, terutama tanah berpasir dan gembur dengan unsur hara yang cukup serta pH tanah yang sesuai berkisar antara 5-6,5 (Balittri, 2007).

II.3. Kandungan kimia dan manfaat biji lada hitam

Biji lada hitam mengandung bahan aktif seperti amida fenolat, asam fenolat, dan flavonoid yang bersifat antioksidan sangat kuat. Lada hitam mengandung piperin yang diketahui berkhasiat sebagai obat untuk memperlancar proses pencernaan, meningkatkan nafsu makan, kolik, dan disentri (Meghwal dan Goswami, 2012). Selain itu lada memiliki aktivitas antiinflamasi, antipiretik, dan analgesik (Meghwal dan Goswami, 2012).

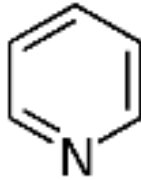
Kandungan lada hitam sangat beranekaragam dan piperin merupakan kandungan utama serta kavisin yang merupakan isomer dari piperin. Piperin (Gambar II.2) adalah senyawa alkaloid yang paling banyak terkandung dalam lada hitam dan semua tanaman yang termasuk dalam famili Piperaceae. Senyawa amida (piperin) berupa kristal berbentuk jarum, berwarna kuning, tidak berbau, tidak berasa, lama-kelamaan pedas, larut dalam etanol dan kloroform (Amaliana, 2008).

Kombinasi zat-zat yang terkandung mengakibatkan lada hitam memiliki rasa pedas, berbau khas dan aromatik. Kandungan zat yang memberikan warna, bau dan aroma dalam lada hitam adalah α -terpinol, asetofenon, heksanol, nerol, nerolidol, 1,8-sineol, dihidrokarveol, sitral, α -pinen dan piperolnol (Meghwal dan Goswami, 2012).



Gambar II.2: Struktur senyawa piperin (Epstein, 1993)

Sebagian besar alkaloid berasal dari tumbuhan dan tersebar luas dalam berbagai jenis tumbuhan. Semua alkaloid mengandung paling sedikit sebuah atom nitrogen yang biasanya bersifat basa. Salah satu cara untuk mengklasifikasikan alkaloid adalah berdasarkan jenis cincin heterosiklik dimana nitrogen merupakan bagian dari struktur molekul (Widi R.A., 2007). Penggolongan alkaloid berdasarkan letak atom nitrogennya, piperin termasuk kedalam heterosiklis. Golongan heterosiklis dilihat berdasarkan struktur cincinnya. Piperin termasuk kedalam alkaloid piridin. Adapun struktur alkaloid piridin dapat dilihat pada Gambar II.3.



Gambar II.3: Struktur alkaloid piridin (Widi R.A., 2007)

Kandungan kimia lain dalam lada hitam adalah saponin, minyak atsiri, kavisin, resin, zat putih telur, amilum, piperilin, piperolein, poperanin, piperonal, dihidrokarveol, kanyofillen oksida, karipton, trans piocarrol, dan minyak lada. Lada hitam banyak dimanfaatkan sebagai rempah-rempah dan obat. Lada hitam termasuk bahan alami yang berpotensi sebagai afrodisiak. Hal ini disebabkan kandungan piperin yang meningkatkan gairah seks (Yunita, 2010).

II.4. Adulterasi pangan

Adulterasi (*Adulteration*) adalah pemalsuan/pencampuran bahan pangan dengan bahan lain yang lebih rendah mutunya atau dengan bahan yang berbahaya, atau bahan yang dilarang digunakan (Fennema, 1976). Deteksi adulterasi menggunakan teknik analisis yang berbeda, seperti Kromatografi (Cordella dkk., 2003) dan NMR (Cotte dkk., 2007). Walaupun pada metode ini untuk menaksir adulterasi memakan waktu, merusak dan bahkan mahal, jadi disini dibutuhkan metode analisis yang cepat, tidak merusak, mudah digunakan dan biaya yang murah untuk mendeteksi dan menghitung adulterasi bahan pangan (Zhu dkk., 2010).

Data USP mencatat 1.300 kasus pemalsuan pangan terjadi 1980-2010 diantaranya produk susu, minyak sayur, madu, dan rempah-rempah

adalah produk pangan yang paling sering dipalsukan (Moore dkk., 2012). Kasus pemalsuan pangan perlu mendapatkan perhatian serius pemerintah mengingat perkembangan globalisasi serta semakin meningkatnya permintaan terhadap produk pangan yang telah memicu peningkatan kasus pemalsuan pangan secara global (Hariyadi P, 2015). Jenis-jenis pemalsuan yang dipalsukan di pasaran, antara lain (Food Safety and Standards Authority of India, 2012).

Tabel II.1 Jenis adulteran (FSSAI, 2012)

Jenis	Zat yang ditambahkan
Pemalsuan yang disengaja	Pasir, batu, bubuk kapur, air, minyak mineral, bahan baku lain dan warna berbahaya.
Adulteran incidental	Residu peptisida, kotoran tikus, larva dalam makanan.
Kontaminasi logam	Arsen dari peptisida, timbal dari air, limbah dari industri kimia.

Dibawah ini beberapa contoh produk yang sering dipalsukan, diantaranya (Lakshmi *et al.*, 2012):

Tabel II.2 Contoh produk adulteran (Lakshmi *et al.*, 2012)

Produk	Adulteran	Manfaat	Efek Merugikan
Lada Hitam	Biji pepaya	Penambah bobot karena memiliki fisik yang serupa	Mengurangi cita rasa dari lada hitam sebagai penyedap rasa
Kunyit	Warna berbahaya (metanil yellow)	Peningkatan warna kuning pada makanan	Gangguan pencernaan dan karsinogenik
Susu	Pati	Untuk memberikan tekstur berupa susu	Pati sangat mengurangi nilai gizi dari produk susu dan menyebabkan gangguan pencernaan
Sayuran hijau	Malachite green	Untuk memberikan warna hijau	Menyebabkan glaucoma berat

II.5. Ekstraksi

Ekstraksi adalah kegiatan penarikan kandungan kimia yang dapat larut sehingga terpisah dan senyawa aktif yang tidak larut seperti serat, karbohidrat, protein dan lain-lain (Anonim, 2000). Ekstrak adalah sediaan kering, kental, atau cair dibuat dengan menyari simplisia nabati atau hewani menurut cara yang cocok, di luar pengaruh cahaya matahari langsung (Anonim, 1979).

Metode-metode yang sering digunakan untuk ekstraksi adalah maserasi, soxhletasi dan perkolasi (Handa, 2008). Pelarut pada umumnya adalah zat yang berada pada larutan dalam jumlah yang besar sedangkan zat lainnya dianggap sebagai zat terlarut (Brady, 1987). Pelarut yang baik untuk ekstraksi adalah pelarut yang mempunyai daya melarutkan yang tinggi terhadap zat yang diekstraksi. Tingkat polaritas pelarut tabel II.3. (Sarker dkk., 2006)

Tabel II.3. Tingkat polaritas pelarut (Sarker dkk., 2006)

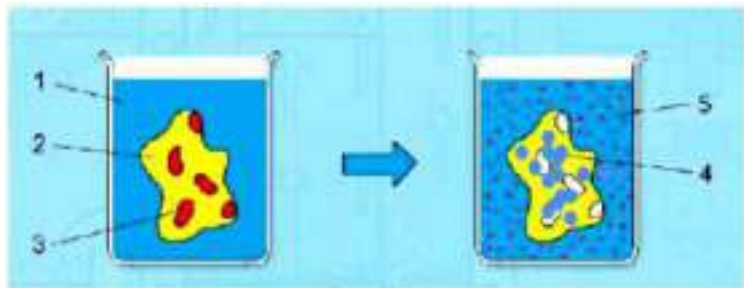
Pelarut	Indeks Kepolaran	Titik Didih (°C)
<i>n</i> -heksana	0	69
Diklorometan	3,1	41
<i>n</i> -Butanol	3,9	118
Iso-propanol	3,9	82
<i>n</i> -propanol	4	92
Kloroform	4,1	61

Etil asetat	4,4	77
Aseton	5,1	56
Metanol	5,1	65
Etanol	5,2	78
Air	9	100

Pelarut yang dapat dipakai untuk ekstraksi bahan nabati antara lain akuades, etanol, etil asetat, dan heksan. Keempat jenis pelarut ini merupakan pelarut yang aman digunakan pada makanan. Etanol adalah alkohol yang paling sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari karena sifatnya yang tidak beracun. Pelarut ini banyak dipakai dalam dunia farmasi dan industri makanan dan minuman (Utami dan Dewi, 1997).

II.5.1 Maserasi

Metode maserasi merupakan metode yang paling sering digunakan karena metode ini tidak menggunakan pemanasan yang bisa merusak bahan aktif dalam sel dan menggunakan sedikit pelarut. Adapun proses dari metode ini adalah dengan cara merendam serbuk simplisia ke dalam suatu pelarut dalam temperatur ruangan selama minimal tiga hari dan terlindung dari cahaya. Selama proses perendaman, bahan aktif dalam sel akan keluar melalui rongga-rongga sel dan kemudian isi dalam sel terlarut dengan pelarut yang digunakan untuk perendaman akibat adanya perbedaan konsentrasi antara larutan di dalam sel dan di luar sel.



Keterangan : (1) Pelarut, (2) Bahan, (3) Komponen Terlarut, (4) Pelarut, (5) Komponen terlarut dalam pelarut

Gambar II.4: Mekanisme ekstraksi maserasi (Gamse, 2002)

II.5.2 Soxhletasi

Soxhlet adalah ekstraksi menggunakan pelarut yang selalu baru menggunakan alat khusus sehingga terjadi ekstraksi kontinyu dengan jumlah pelarut relatif konstan dengan adanya pendingin balik (Mukhrani, 2014). Metode ini membutuhkan waktu mengekstraksi cukup lama sampai beberapa jam sehingga kebutuhan energinya (listrik dan gas) tinggi, cairan penyari dipanaskan terus menerus sehingga kurang cocok untuk zat aktif yang tidak tahan panas, cairan yang digunakan harus murni.

II.5.3 Perkolasi

Perkolasi merupakan ekstraksi yang dilakukan dengan penetesan cairan penyari dalam wadah silinder atau kerucut (perkolator), yang memiliki jalan masuk dan keluar (Mukhrani, 2014). Bahan ekstraksi yang dimasukkan secara kontinyu dari atas mengalir lambat melintasi simplisia yang umumnya berupa serbuk kasar. Metode ini

membutuhkan waktu yang lama dan peralatan yang digunakan mahal (Agoes, 2007).

II.6. Spektroskopi FTIR (*Fourier Transform InfraRed*)

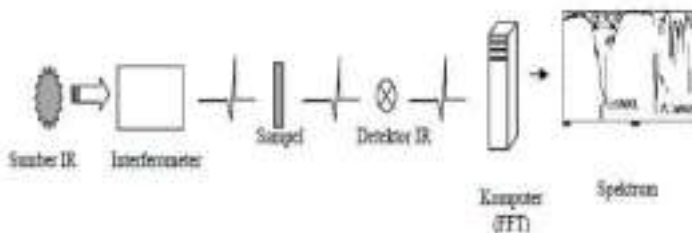
Spektroskopi inframerah merupakan salah satu pilihan untuk skrining kualitas karena cepat, murah, dan tidak invasif. Prinsip kerja FTIR adalah mengenali gugus fungsi suatu senyawa dari absorbansi inframerah yang dilakukan terhadap senyawa tersebut (Sjahfirdi dkk., 2015). Absorpsi molekul pada inframerah terjadi ketika molekul tereksitasi ke tingkat energi yang lebih tinggi. Suatu molekul hanya menyerap frekuensi (energi) tertentu dari radiasi inframerah. Salah satu tekniknya adalah spektroskopi *Fourier Transform InfraRed* (FTIR) (Wilson and Goodfellow, 1994). Itu dapat menjadi gagasan sebagai metode “sidik jari” molekuler. Spektrum inframerah memuat fitur yang timbul dari getaran ikatan molekuler. FTIR telah terbukti bermanfaat untuk identifikasi berbagai masalah di sektor makanan (Lai., dkk 1995).

Sinar inframerah mempunyai panjang gelombang yang lebih panjang dibandingkan dengan UV-Vis, sehingga energinya lebih rendah dengan bilangan gelombang antara $4000\text{-}600\text{ cm}^{-1}$. Sinar inframerah hanya dapat menyebabkan vibrasi pada ikatan. Ada dua jenis vibrasi :

- a. Vibrasi ulur (*Stretching Vibration*), yaitu vibrasi yang mengakibatkan perubahan panjang ikatan suatu ikatan.
- b. Vibrasi tekuk (*Bending Vibration*), yaitu vibrasi yang mengakibatkan perubahan sudut ikatan antara dua ikatan.

Vibrasi tekuk yaitu yang berada di daerah bilangan gelombang 2000–400 cm^{-1} . Bilangan gelombang antara 4000–2000 cm^{-1} merupakan daerah yang khusus untuk identifikasi gugus fungsional. Daerah ini menunjukkan absorpsi yang disebabkan oleh vibrasi regangan.

Sedangkan daerah bilangan gelombang 2000–400 cm^{-1} seringkali sangat rumit, karena vibrasi regangan maupun bengkokan mengakibatkan absorpsi pada daerah tersebut. Dalam daerah 2000–400 cm^{-1} tiap senyawa organik mempunyai absorpsi yang unik, sehingga daerah tersebut sering juga disebut sebagai daerah sidik jari (*fingerprint region*) (Sabrina, 2011).



Gambar II.5: Skema proses perubahan sinyal pada sistem peralatan FTIR. (Suseno dan Firdausi, 2008).

Komponen spektroskopi FTIR

Spektroskopi inframerah terdiri atas lima bagian utama (Komalasari, 2013) :

- 1) Sumber Cahaya: Energi inframerah yang dipancarkan dari sebuah benda hitam menyala, melewati logam yang mengontrol jumlah energi yang diberikan kepada sampel.

- 2) Interferometer: sinar memasuki interferometer “*spectra encoding*”, kemudian sinyal yang dihasilkan keluar dari interferogram.
- 3) Sampel: Sinar memasuki kompartemen sampel, diteruskan melalui cermin dari permukaan sampel yang tergantung pada jenis analisis.
- 4) Detektor: Detektor ini digunakan untuk mengukur sinar interferogram khusus. Detektor yang digunakan dalam Spektrofotometer *Fourier Transform Infrared* adalah *Tetra Glycerine Sulphate* (TGS) atau *Mercury Cadmium Telluride* (MCT). Detektor MCT lebih banyak digunakan karena memiliki beberapa kelebihan dibandingkan detektor TGS, yaitu memberikan respon yang lebih baik pada frekuensi mulai tinggi, lebih sensitif, lebih cepat, tidak dipengaruhi temperatur, dan sangat selektif terhadap energi vibrasi yang diterima dari radiasi inframerah.
- 5) Komputer: Sinyal diukur secara digital dan dikirim ke komputer untuk diolah oleh *Fourier Transformation* berada. Spektrum disajikan untuk interpretasi lebih lanjut.

II.6.1 Teknik penanganan sampel spektroskopi FTIR

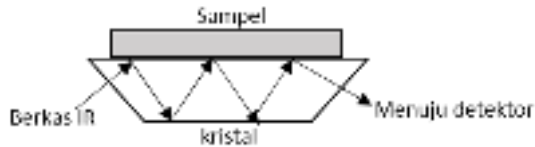
Radiasi berasal dari beam-splitter akan mengalami refleksi beberapa kali di dalam permukaan kristal. Berkas menembus fraksi panjang gelombang di luar permukaan yang terefleksi. Ketika sampel mengabsorpsi berkas secara selektif, berkas akan kehilangan energi pada panjang gelombang tersebut. Berkas reflektan yang dihasilkan,

diukur dan dibentuk sebagai fungsi panjang gelombang oleh spektrofotometer dan mempengaruhi ketinggian pada karakteristik spektrum absorbansi sampel (Stuart, 2004). Teknik penanganan sampel pada spektroskopi inframerah antara lain transmitan dan pantulan (*reflectance*). Mekanisme teknik transmitan adalah radiasi inframerah yang dilewatkan pada sampel kemudian mendeteksinya, namun teknik ini memiliki kekurangan karena dibatasi oleh ketebalan sampel yaitu yang sesuai adalah 1-20 μg dan preparasi sampel membutuhkan waktu yang lama. Teknik pantulan (*reflectance*) ini yaitu sinar inframerah kembali dipantulkan pada sampel yang dianalisis. Keuntungan teknik ini adalah preparasi sampel cepat, mudah, tidak dipengaruhi oleh ketebalan sampel, dan non-destruksi (Smith, 1996).

Berdasarkan tipe pantulan dari sampel, maka teknik penanganan sampel dibagi menjadi *specular reflectance*, *diffused reflectance*, dan *Attenuated Total Reflectance* (ATR). Teknik ATR merupakan teknik yang paling sering digunakan (Ratnasari, 2016).

Prinsip ATR (Gambar II.6) yaitu dimana sampel ditetaskan pada kristal ZnSe yang terdapat pada spektrofotometer FTIR, sinar inframerah akan melewati medium dengan indeks bias yang tinggi ke medium indeks bias rendah (dari kristal ZnSe menuju sampel). Sebagian besar gelombang sinar dipantulkan kembali yang disebut dengan total internal reflection. Pada kondisi ini sebagian kecil energi akan terlepas dari kristal dan berpindah melewati bagian bawah kristal dalam bentuk gelombang. Pelepasan energi ini akan menyebabkan

intensitas sinar yang dipantulkan menjadi bekurang disebut dengan kondisi ATR (*Attenuated Total Reflectance*) (Ratnasari, 2016).



Gambar II.6: Prinsip *Attenuated Total Reflectance* (Ratnasari, 2016)

Tabel II.4. Daftar bilangan gelombang dari berbagai jenis ikatan
(Dachriyanus, 2004)

Bilangan gelombang (Cm^{-1})	Jenis ikatan
3750-3000	Regang O-H, N-H
3000-2700	Regang $-\text{CH}_3$, $-\text{CH}_2$, C-H, C-H aldehyd
2400-2100	Regang $-\text{C}\equiv\text{C}-$, $\text{C}\equiv\text{N}$
1900-1650	Regang $\text{C}=\text{O}$ (asam, aldehyd, keton, amida, ester, anhidrida)
1675-1500	Regang $\text{C}=\text{C}$ (aromatik dan alifatik), $\text{C}=\text{N}$
1475-1300	C-H bending
1000-650	$\text{C}=\text{C}-\text{H}$, Ar-H bending

II.7. PCA (*Principal Component Analysis*)

Principal Component Analysis (PCA) adalah metode analisis untuk membangun model multivariat linier pada data yang kompleks (Soesanto, 2010). PCA digunakan untuk mengurangi vektor dimensi agar dapat mengenali gambar dengan lebih baik (Karamizadeh dkk, 2013). PCA adalah teknik reduksi data yang efektif untuk data spektroskopi (Zhu dkk., 2002). Pengembangan metode PCA dilakukan dengan menggunakan vektor basis ortogonal, atau biasa disebut dengan komponen utama (*Principal Component*, PC) (Soesanto, 2010). Arah dari PC diperoleh dari *eigen vector* pada variansi–kovariansi dari matriks X. *Eigen vector* diurut sebagai kolom loading matriks dari variansi (Zhu dkk., 2002). Set variabel yang asli di transformasi pada set variabel orthogonal yang diperoleh dari PCA (Guo dkk., 2002). Terdapat keuntungan dari *Principal Component Analysis* (Karamizadeh dkk., 2013).

Keuntungan dari PCA :

1. Berkurangnya duplikasi data yang diberikan komponen ortogonal.
2. Menghilangkan kerumitan pada saat pengelompokan gambar dengan menggunakan PCA.
3. Representasi database yang lebih kecil karena hanya gambar *trainee* yang disimpan dalam bentuk proyeksi.
4. Menghilangkan *noise* ketika variansi dasar maksimum dipilih sehingga variansi kecil di *background* diabaikan secara otomatis.

II.8. Validasi PCA (*Principal Component Analysis*)

Validasi metode analisis adalah suatu tindakan penilaian terhadap parameter tertentu, berdasarkan percobaan laboratorium, untuk membuktikan bahwa parameter tersebut memenuhi persyaratan untuk penggunaannya (Harmita, 2004). Validasi pada PCA menggunakan *cross validation* yaitu *eigen value*. *Cross Validation* adalah teknik validasi dengan membagi data secara acak kedalam k bagian dan masing-masing bagian akan dilakukan proses klasifikasi (Badrul M, 2014). *Eigen value* adalah varians dari hasil masing-masing komponen utama (Soedibjo B, 2008). Penetapan komponen pada validasi ini ditentukan dengan mengambil komponen utama yang nilai *eigenvalue*-nya lebih besar dari 1 (Soedibjo B, 2008).

Pada PCA ada dua komponen yaitu statistik dan matriks algebra (*eigen value* dan *eigen vector* adalah matrik dasar dari PCA).

a. Statistik

Statistik meliputi data sebagai berikut :

1. Standar Deviasi (SD)
2. Varians yaitu ukuran lain dari penyebaran data dalam kumpulan data sebenarnya hampir identik dengan standar deviasi.
3. Kovarian adalah ukuran, kovariansi selalu diukur antara 2 dimensi.
4. Kovariansi matriks.

b. Matriks algebra

Bagian ini berfungsi untuk memberikan latar belakang aljabar matriks yang dibutuhkan di PCA (*eigen value* dan *eigen vector*).

Eigen vector adalah komponen utama (dari komponen PCA) mencerminkan varians umum dengan semua komponen dan untuk memproduksi korelasi. Komponen utama adalah kombinasi linear dari variabel asli dimana kontribusinya untuk menjelaskan varians dalam dimensi orthogonal tertentu.

Berdasarkan bahasa jerman, eigen diterjemahkan sebagai sebenarnya atau karakteristik, oleh karena itu nilai eigen dapat dikatakan nilai sebenarnya atau nilai karakteristik (Susilawati, 2011). Jika sebuah faktor memiliki nilai rendah, maka kontribusi terhadap varians sedikit dan dapat diabaikan sebagai faktor yang lebih penting. Nilai eigen mengukur jumlah variasi dalam jumlah total sampel yang dicatat oleh masing-masing faktor. Nilai eigen dihitung sebagai jumlah pemuatan faktor kuadrat untuk variabel.

Beberapa komponen utama dapat digunakan untuk mempresentasikan data asal tanpa kehilangan informasi yang sangat berguna. Misalkan sebuah ruang vektor data berdimensi n ditulis dengan matriks $X_{p \times n}$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{p1} & x_{p2} & \dots & x_{pn} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

Dimana p adalah contoh ke- p dan n adalah parameter ke- n yang diukur. Analisis PCA bertujuan untuk mendapatkan sebuah ruang vektor berdimensi m , dimana $m < n$, sehingga ruang vektor berdimensi m mencakup hampir seluruh variasi data. Untuk mendapatkannya, ruang vektor berdimensi n diproyeksikan ke ruang vektor berdimensi m dengan memilih setiap arah variasi maksimum tetapi setiap arah variasi data tersebut saling tegak lurus (ortogonal). Variasi-variasi

data inilah yang disebut komponen utama. Algoritma PCA sebagai berikut (Zulfahrizal, 1993) :

1. Komponen utama pertama dipilih dalam arah variasi maksimum dengan persamaan :

$$y_1 = x_{w_1} \quad (\text{II.2})$$

Nilai y_1 dan w_1 adalah vektor kolom. Nilai ini harus dibatasi karena variasi data dapat dibuat semakin besar dengan cara menaikkan nilai w_1 . Hal tersebut dapat dibatasi dengan normalisasi menggunakan persamaan :

$$w_1' w_1 = \sum_i w_{i1}^2 = 1 \quad (\text{II.3})$$

Nilai w_1' adalah vektor transpose w_1

2. Jumlah kuadrat y_1 dimaksimumkan

$$y_1' y_1 = w_1' X' X w_1 \quad (\text{II.4})$$

Selanjutnya persamaan (II.4) dimaksimumkan dengan persamaan *Lagrange*. Fungsi komposit L pada persamaan (II.5) dibentuk menggunakan persamaan (II.3) dan persamaan (II.4) :

$$L = w_1' X' X w_1 - \lambda_1 (w_1' w_1 - 1) \quad (\text{II.5})$$

Nilai λ_1 adalah pengali *Lagrange*. Nilai maksimum L diperoleh dengan mengambil turunan parsial terhadap w_1 dan yang bernilai 0 menggunakan persamaan (II.6). Hasilnya adalah Persamaan (II.7).

$$\frac{\partial L}{\partial w_1} = 2X' X w_1 - 2\lambda_1 w_1 \quad (\text{II.6})$$

$$X' X w_1 = \lambda_1 w_1 \quad (\text{II.7})$$

Sehingga diperoleh persamaan (II.8) :

$$y_1' y_1 = w_1' \lambda_1 w_1 = \lambda_1 w_1' w_1 = \lambda_1 \quad (\text{II.8})$$

Nilai y_1 adalah komponen utama pertama dengan variasi maksimum λ_1 dimana Nilai λ_1 juga merupakan eigenvalue $X'X$.

3. Komponen utama kedua (y_2) diperoleh dengan prosedur yang sama untuk mendapatkan y_1 dan nilainya juga tegak lurus terhadap y_1 , sehingga :

$$y_2' y_2 = w_2' X' X w_2 \quad (\text{II.9})$$

4. Jumlah kuadrat y_2 dimaksimumkan dengan 2 fungsi pembatas pada persamaan :

$$w_2' w_2 = 1 \text{ dan } w_2' w_2 = 0 \quad (\text{II.10})$$

Fungsi komposit Lagrange untuk memaksimumkan persamaan (II.9) dengan fungsi pembatas pada persamaan (II.10) adalah :

$$L = w_2' X' X w_2 - \lambda_2 (w_2' w_2 - 1) - \mu w_2' w_2 \quad (\text{II.11})$$

Dimana λ_2 dan μ adalah pengali *Lagrange*. Turunan parsial terhadap $w_2 = 0$ dilakukan seperti proses sebelumnya sehingga diperoleh :

$$\mu = 2w_2' X' X w_2 = 2 \times 0 = 0 \text{ dan } X' X w_2 = \lambda_2 w_2 \quad (\text{II.12})$$

5. Eigenvalue $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_p$ yang berhubungan dengan matrik tegak lurus $W = [w_1, w_2, w_3, \dots, w_p]$ dimana p komponen utama diperoleh dari matriks $Y = XW$ dan matriks:

$$Y'Y = W'X'XW = A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_p \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Matriks A merupakan matriks diagonal maka komponen-komponen utama yang diekstrak dari variabel asal saling tegak lurus atau tidak berkorelasi satu sama lain.

6. Total variasi X dijelaskan dengan persamaan :

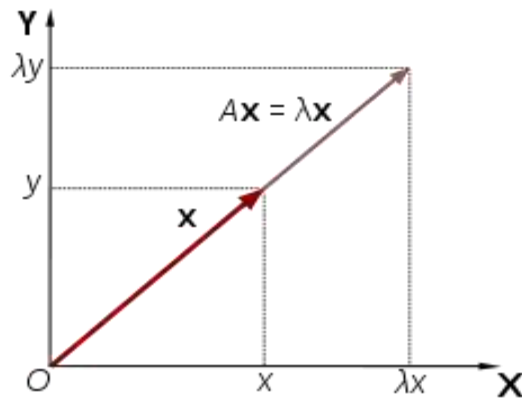
$$\begin{aligned} \sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \dots \sum x_p^2 &= \text{Trace}(X'X) = \text{Trace}(W'X'XW) = \\ \sum_{j=1}^p \lambda_j &= \sum_{j=1}^p Y_j Y_j' \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

7. Proporsi variasi komponen utama ke-j dari X dihitung dengan persamaan :

$$\text{Proporsi variasi} = \frac{\lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (\text{II.15})$$

8. Kumulatif variasi X menggunakan komponen utama ke-m didapatkan dengan menjumlahkan eigenvalue ke-m dibagi dengan total variasi X dengan persamaan:

$$\text{Kumulatif variasi} = \frac{\sum_{j=1}^m \lambda_j}{\sum_{j=1}^p \lambda_j} \quad (\text{II.16})$$



Gambar II.7: Kurva hasil PCA (*Principal Component Analysis*)
(Lestari, 2005)